

OSNOVE UMETNE INTELIGENCE

2021/22

razporejanje opravil

*verjetnostno sklepanje
z bayesovskimi mrežami*

Pridobljeno znanje s prejšnjih predavanj

- **planiranje**

- klasično **preiskovanje** prostora stanj (kombinatorična eksplozija, uporaba nekoristnih akcij)
- planiranje s **sredstvi in cilji** (vzvratno izpolnjujemo predpogoje, da lahko izvedemo akcijo)
- planiranje z **regresiranjem ciljev**
 - upoštevanje smiselnih akcij, ki uresničijo čim več izbranih ciljev
 - postopek regresiranja ciljev
 - regresiranje do množice ciljev, ki je podmnožica ciljev v začetnem stanju

- **razporejanje opravil**

- časovne omejitve, resursi
- razširitev PDDL za zapis akcij s trajanji in rabo resursov (DURATION, CONSUME, USE)
- izračun kritične poti, najbolj zgodnjega začetka (ES), najbolj poznega začetka (LS), časovne rezerve (slack)
- upoštevanje resursov vodi v kombinatoričen problem, možen je hevrističen algoritem

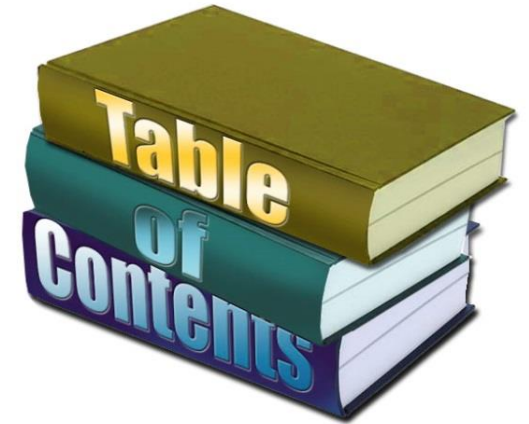
Pregled

III. PLANIRANJE in razporejanje opravil

- predstavitev problema
- planiranje s "klasičnim" preiskovanjem prostora stanj
- planiranje s sredstvi in cilji
- planiranje z regresiranjem ciljev
- razporejanje opravil

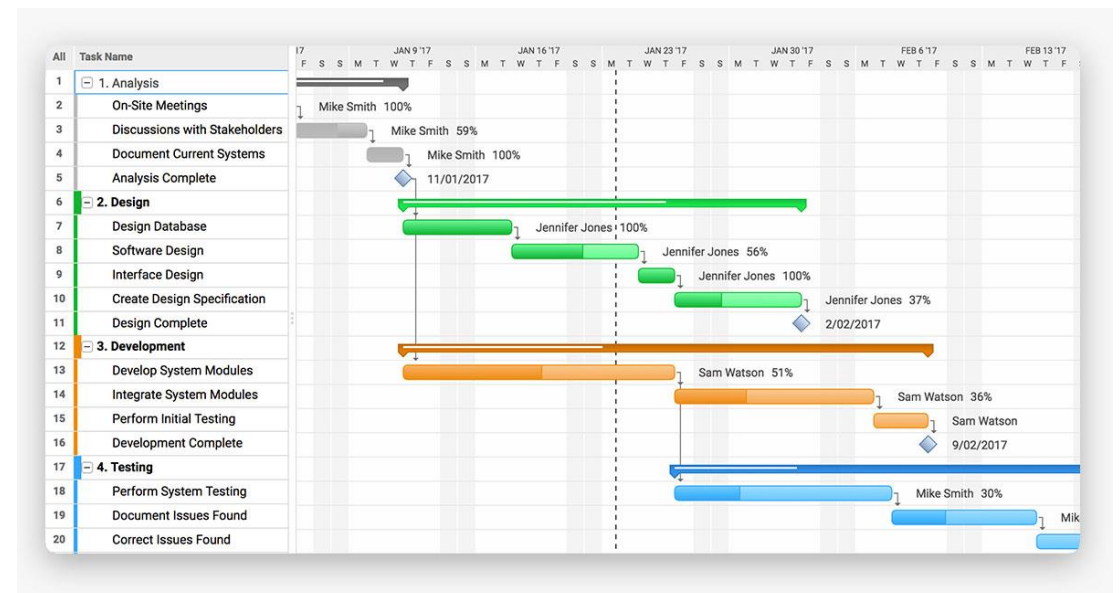
IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež



Planiranje in razporejanje opravil

- do sedaj (klasično planiranje): **kaj narediti** in v kakšnem **vrstnem redu**
- pristopi:
 - planiranje kot preiskovanje prostora stanj
 - planiranje s sredstvi in cilji
 - planiranje z regresiranjem ciljev skozi akcije
- v realnosti imamo številne **dodatne omejitve**:
 - **časovne omejitve** (začetki aktivnosti, trajanja aktivnosti, roki zaključkov)
 - **resursi** (omejeno število procesorjev, kadra, bencina, denarja, surovin, ...)



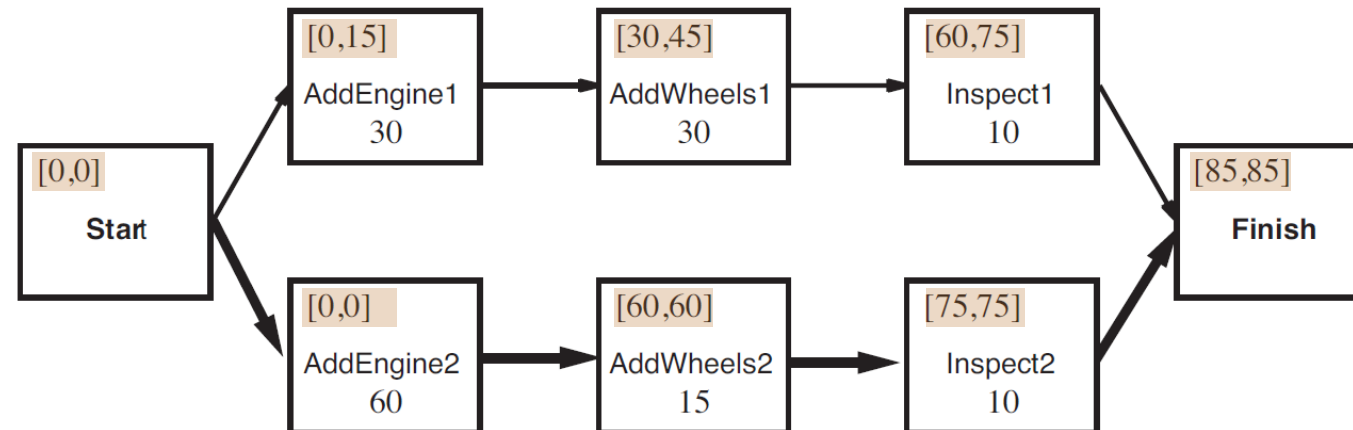
Razporejanje opravil

- delno urejen plan: vrstni red podmnožice aktivnosti je lahko urejen
- razširimo lahko notacijo (PDDL):
 - **Akcija1** < **Akcija2**: pomeni, da se mora Akcija1 zgoditi pred Akcijo2
 - **Resources** podaja števila razpoložljivih resursov
 - **DURATION** opredeljuje trajanje posamezne akcije
 - **CONSUME** opredeljuje (trajno) porabo določene količine resursov
 - **USE** opredeljuje (začasno) zasedenost količine resursov med izvajanjem akcije

```
Jobs (AddEngine1 < AddWheels1 < Inspect1,  
      AddEngine2 < AddWheels2 < Inspect2 )  
Resources (EngineHoists(1), WheelStations(1), Inspectors(2), LugNuts(500))  
  
Action (AddEngine1 , DURATION:30,  
        USE:EngineHoists(1))  
Action (AddEngine2 , DURATION:60,  
        USE:EngineHoists(1))  
Action (AddWheels1 , DURATION:30,  
        CONSUME:LugNuts(20), USE:WheelStations(1))  
Action (AddWheels2 , DURATION:15,  
        CONSUME:LugNuts(20), USE:WheelStations(1))  
Action (Inspect i, DURATION:10,  
        USE:Inspectors (1))
```

Razporejanje opravil

- za začetek: samo časovne omejitve
- **metoda kritične poti**
 - kritična pot: pot, ki je najdaljša in določa dolžino trajanja celotnega plana (krajšanje vzporednih poti ne vpliva na trajanje plana)
 - vsaki akciji priredimo par **[ES, LS]**:
 - **ES** – najbolj zgodnji možen začetek (angl. *Earliest Start*)
 - **LS** – najbolj pozni možen začetek (angl. *Latest Start*)



Razporejanje opravil

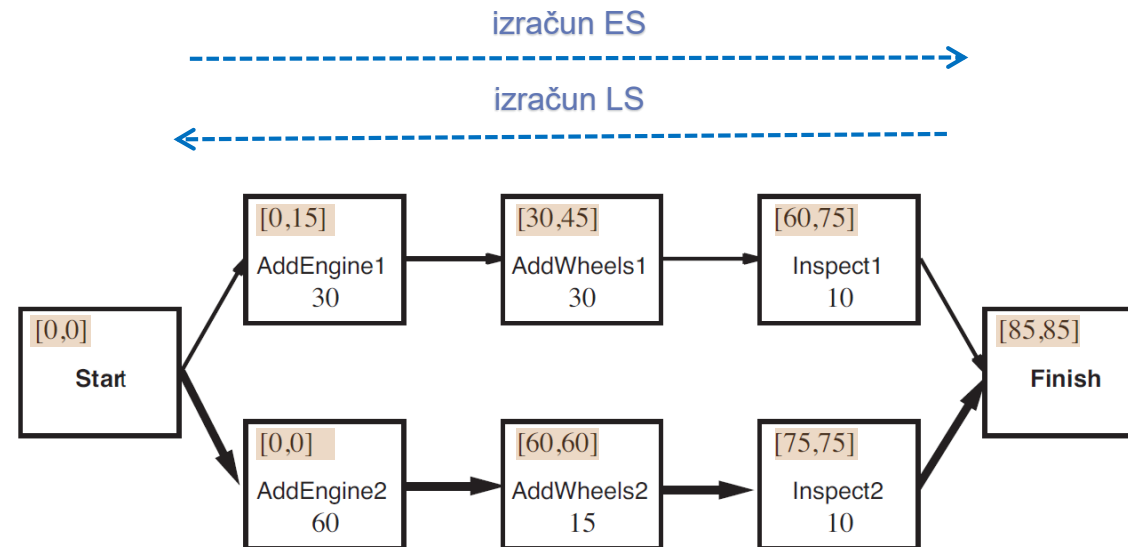
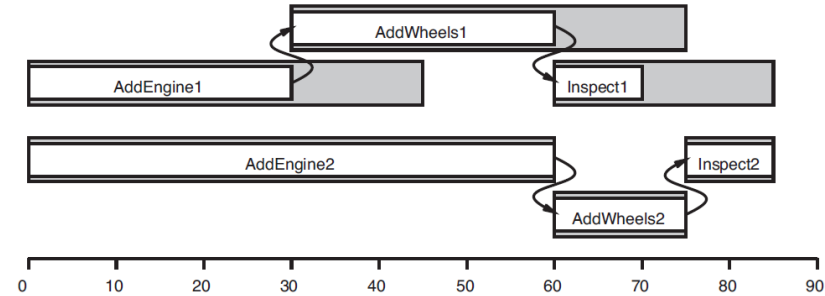
$$ES(Start) = 0$$

$$ES(B) = \max_{A < B} [ES(A) + Duration(A)]$$

$$LS(Finish) = ES(Finish)$$

$$LS(A) = \min_{A < B} [LS(B) - Duration(A)]$$

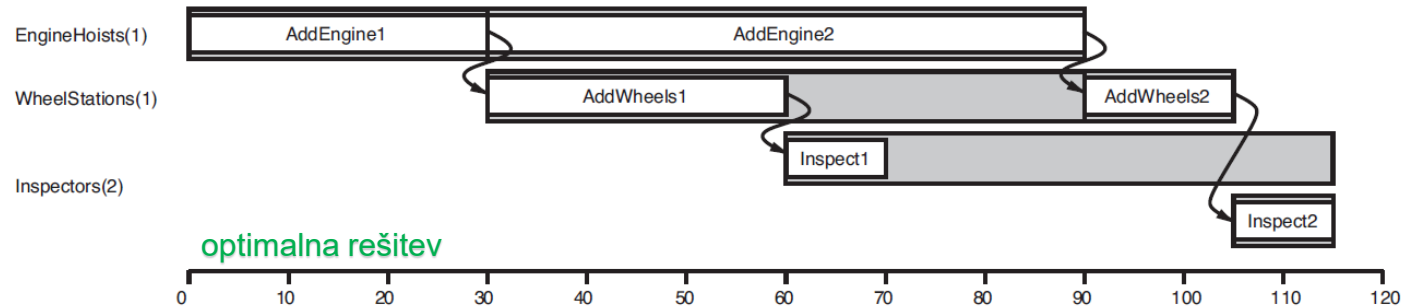
$$rezerva (slack) = LS - ES$$



- časovna zahtevnost algoritma: $O(Nb)$, N – število akcij, b – faktor vejanja

Razporejanje opravil

- dodatno: upoštevanje tudi resursov
- uvede **omejitev**, da se aktivnosti, ki potrebujeta iste resurse, ne smeta prekrivati



- sprememba časovne zahtevnosti: $O(Nb)$ → NP-težek problem (!)
- primer izziv iz leta 1963 nerešen 23 let:
 - resursi: 10 strojev, 10 nalog, 100 akcij
 - preizkušene metode: simulirano ohlajanje, tabu search, razveji in omeji, ...
- primerna heuristika: algoritem **najmanjše časovne rezerve** (angl. *minimum slack algorithm*)
 - na vsaki iteraciji dodeli **najbolj zgodnji možen začetek** akciji, ki ima **izpolnjene vse predhodnike** in ima **najmanj časovne rezerve**,
 - nato posodobi [ES in LS] za celotni graf in ponovi.

Razporejanje opravil

- Kakšen je rezultat simulacije algoritma najmanjše časovne rezerve na obravnavanem problemu?
- Ali je rešitev enaka optimalni? Zakaj?
- Kako upoštevati omejitve v zaporedju akcij pri pristopih za planiranje?
- Kako upoštevati omejitve v omejenem številu resursov?



Primer izpitne naloge

- 3. izpit, 2. 9. 2019

2. NALOGA (10t):

Podan je naslednji delno urejen plan s trajanji akcij, njihovimi odvisnostmi in uporabo resursov:

```
Jobs (Zajtrk<Kosilo<Vecerja, Kava<Caj)
Resources (Salica(1), Lonec(1))
Action (Zajtrk, DURATION:10, USE:Salica(1))
Action (Kosilo, DURATION:15)
Action (Vecerja, DURATION:10, USE:Lonec(1))
Action (Kava, DURATION:30, USE:Salica(1))
Action (Caj, DURATION:15, USE:Lonec(1))
```

- a) (7t) Na zgornjem planu simuliraj *algoritem najmanjše časovne rezerve* (angl. minimum slack algorithm) in z njim določi plan izvajanja (grafično).
- b) (3t) Ali je algoritem v točki a) našel optimalno rešitev? Če ne, predlagaj boljšo (na pamet, brez simulacije algoritma).

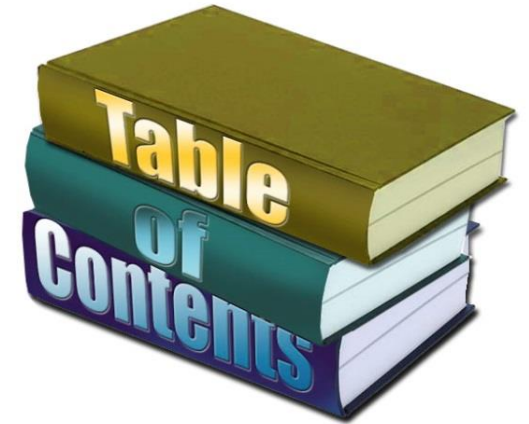
Pregled

III. PLANIRANJE in razporejanje opravil

- predstavitev problema
- planiranje s "klasičnim" preiskovanjem prostora stanj
- planiranje s sredstvi in cilji
- planiranje z regresiranjem ciljev
- razporejanje opravil (zadnja predavanja)

IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

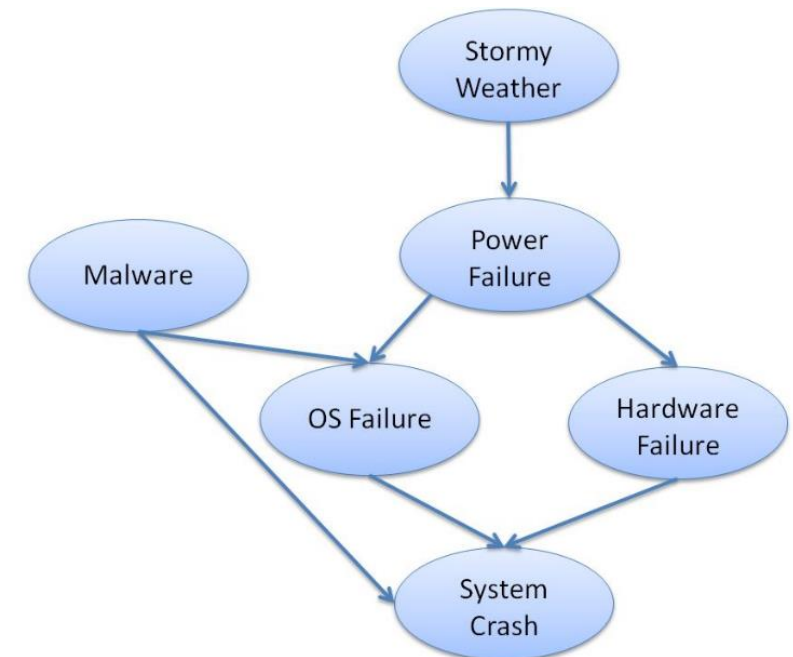
- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež



IV. SKLEPANJE

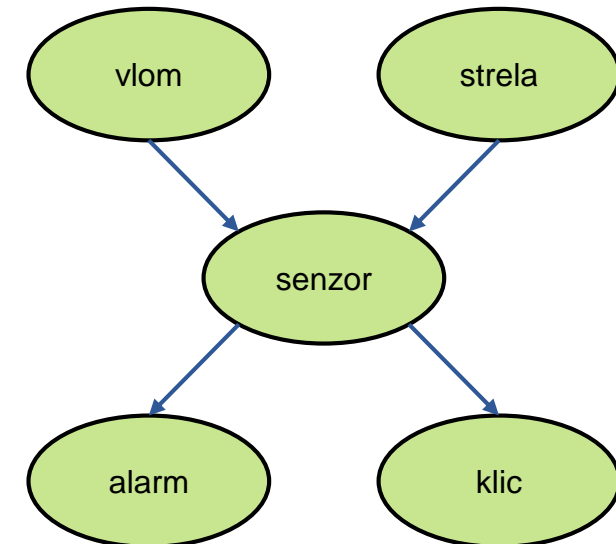
Bayesovske mreže

- so verjetnostni model, s katerim predstavimo **odvisnosti med slučajnimi spremenljivkami**
- pristop za **obravnavo negotovosti** v bazah znanja, ki je matematično dobro utemeljen v verjetnosti
- model je predstavljen z **usmerjenim acikličnim grafom**:
 - **vozlišča**: slučajne spremenljivke (dejstva, hipoteze),
 - **povezave**: odvisnosti med spremenljivkami (vpliv starša na naslednika)
- primeri uporabe:
 - splošno: za **predstavitev verjetnostnega znanja in verjetnostno sklepanje**
 - medicina: povezave med boleznijo in simptomi (diagnostika), napovedovanje izida operacije
 - ekspertni sistemi: ocenjevanje kvalitete vode, ...
 - sklepanje: kako verjetno so določene trditve, če vemo, da so druge trditve resnične?



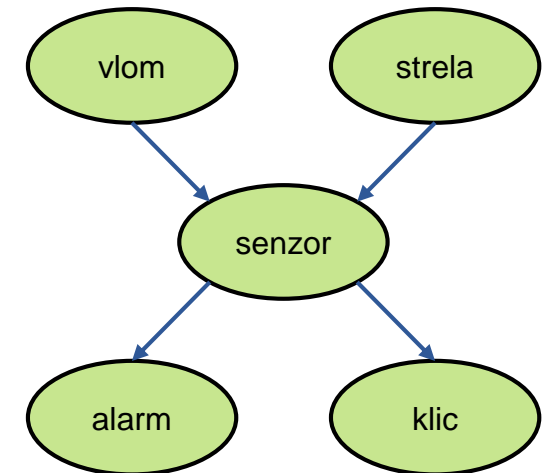
Bayesovske mreže

- stanje sveta povzamemo z **vektorjem (logičnih) spremenljivk**
- inteligentni agent (program) sklepa na **verjetnost** resničnosti določene spremenljivke
- upoštevamo lahko, da so določene spremenljivke med seboj **neodvisne**, kar predstavimo z bayesovsko mrežo, ki odraža te neodvisnosti (nepovezana vozlišča niso odvisna)
- primer:
 - senzor se sproži ob vlomu v hišo
 - včasih lahko tudi udar strele nehoteno sproži senzor
 - senzor ima nalogo, da sproži alarm in izvede opozorilni telefonski klic
- odvisnosti, ki izhajajo iz mreže:
 - senzor je odvisen od vloma in strele
 - alarm je odvisen od sensorja
 - klic je odvisen od sensorja



Bayesovske mreže

- z zapisom $P(X)$ okrajšamo $P(X = true)$, z zapisom $P(XY)$ pa konjunkcijo
- za opis stanja sveta, ki ima n spremenljivk, bi morali poznati **popolno verjetnostno porazdelitev** ($2^n - 1$ podatkov – možnih stanj vseh logičnih spremenljivk)
 - spremenljivke: V, St, Se, A, K
 - popolna verjetnostna porazdelitev:
 $P(V St Se A K) = \dots$
 $P(\sim V St Se A K) = \dots$
 $P(V \sim St Se A K) = \dots$
 $P(\sim V \sim St Se A K) = \dots$
...
 - potrebujemo $2^5 - 1 = 31$ verjetnosti
 - nepraktično ali nemogoče za veliko število spremenljivk



- verjetnost pojavnega dogodka (npr. $P(VK)$) izračunamo z vsoto vseh kombinacij vrednosti spremenljivk St, Se, A (pozitivna ali negirana) pri vrednostih $V = true$ in $K = true$.

Pogojne verjetnosti

- ker bayesovska mreža opredeljuje odvisnosti spremenljivk, lahko opredelimo problem samo s **pogojnimi verjetnostmi**:

$$P(vlom) = 0,001$$

$$P(strela) = 0,02$$

$$P(senzor \mid vlom \wedge strela) = 0,9$$

$$P(senzor \mid vlom \wedge \sim strela) = 0,9$$

$$P(senzor \mid \sim vlom \wedge strela) = 0,1$$

$$P(senzor \mid \sim vlom \wedge \sim strela) = 0,001$$

$$P(alarm \mid senzor) = 0,95$$

$$P(alarm \mid \sim senzor) = 0,001$$

$$P(klic \mid senzor) = 0,95$$

$$P(klic \mid \sim senzor) = 0$$

- podamo torej 10 podatkov namesto $2^5 - 1 = 31$

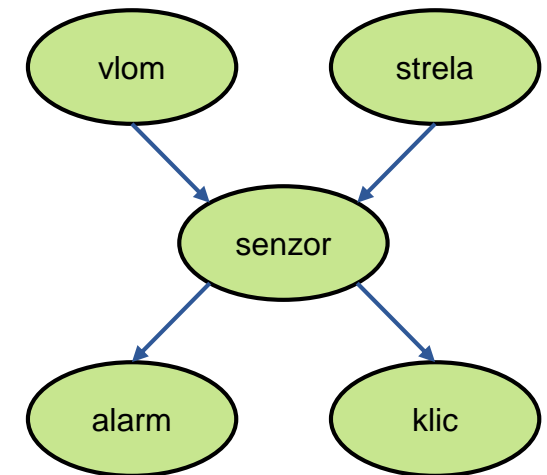
- za spremenljivke, ki niso med seboj odvisne, ne potrebujemo vseh kombinacij verjetnosti:

- če sta X in Y **odvisna**, v splošnem velja $P(XY) = P(X) \cdot P(Y|X)$

(potrebujemo $P(Y|X)$)

- če sta X in Y **neodvisna**, velja: $P(XY) = P(X) \cdot P(Y)$

($P(Y|X)$ ne potrebujemo, ker zaradi neodvisnosti velja $P(Y|X) = P(Y)$)



Pogojne verjetnosti

- pogojne verjetnosti lahko predstavimo tudi s tabelami pogojnih verjetnosti

$P(vlom)$
0,001

$P(strela)$
0,02

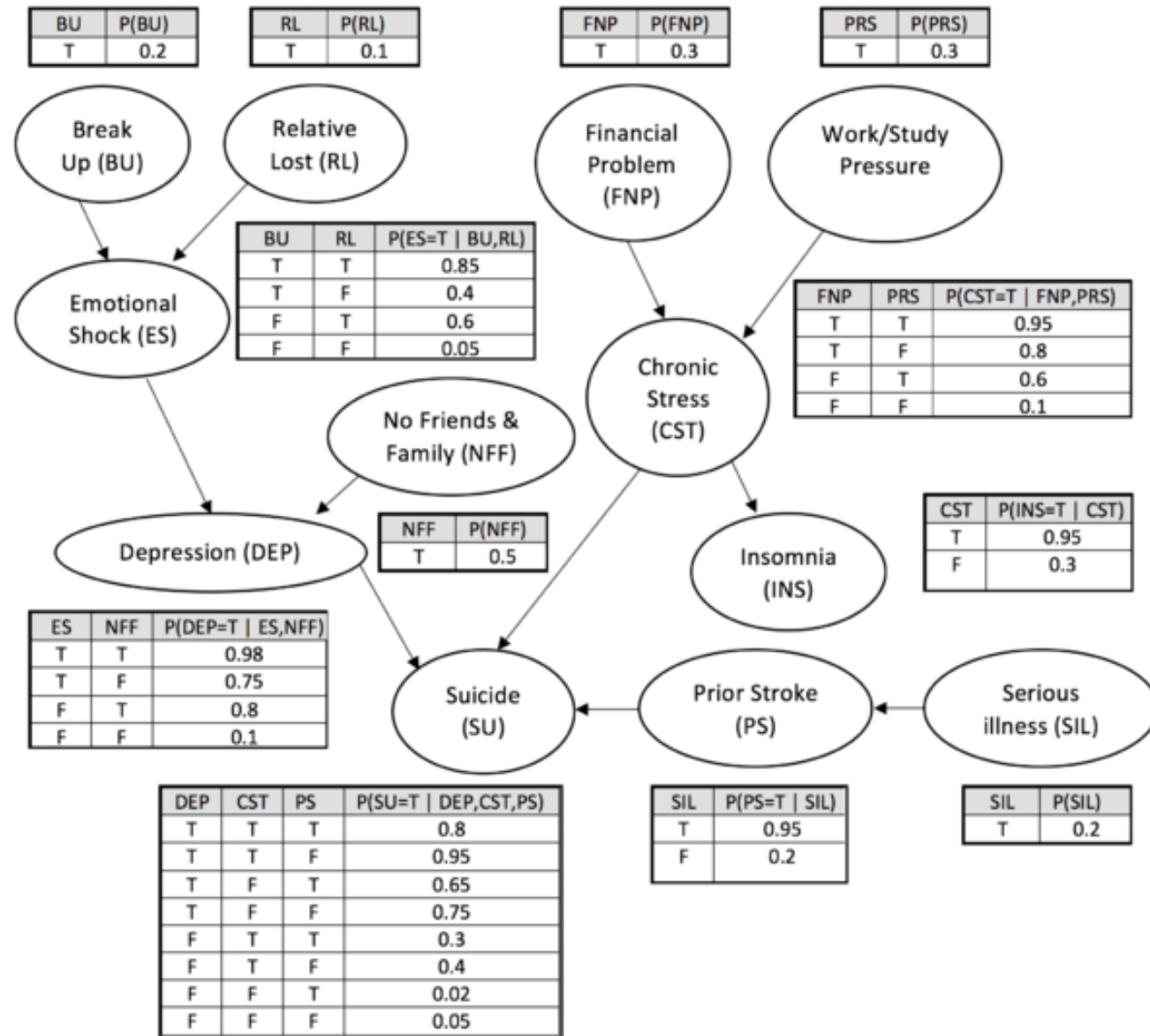
$vlom$	$strela$	$P(senzor)$
true	true	0,9
true	false	0,9
false	true	0,1
false	false	0,001

$senzor$	$P(alarm)$
true	0,95
false	0,001

$senzor$	$P(klic)$
true	0,95
false	0

- verjetnostni značaj modeliranja z bayesovskimi mrežami: podane verjetnosti nakazujejo, da obstajajo za X tudi drugi, neopredeljeni razlogi, ki niso zajeti v predstavitvi problema s podano mrežo (pri modeliranju se omejimo na relevantne vplivne dejavnike = predpostavka zaprtega sveta)

Primer s podanimi verjetnostmi



Izračun verjetnosti dogodka

- s pogojnimi verjetnostmi **preprosteje izračunamo verjetnost dogodka** iz popolne verjetnostne porazdelitve

- primer: kakšna je verjetnost $P(V \sim St Se A K)$?

$$\begin{aligned} P(V \sim St Se A K) &= P(V) \cdot P(\sim St Se A K|V) = \\ &= P(V) \cdot P(\sim St | V) \cdot P(Se|V \sim St) \cdot P(A|V \sim St Se) \cdot P(K|V \sim St Se A) \end{aligned}$$

- zaradi neodvisnosti, podanih v mreži, velja:

$$P(\sim St|V) = P(\sim St)$$

$$P(A|V \sim St Se) = P(A|Se)$$

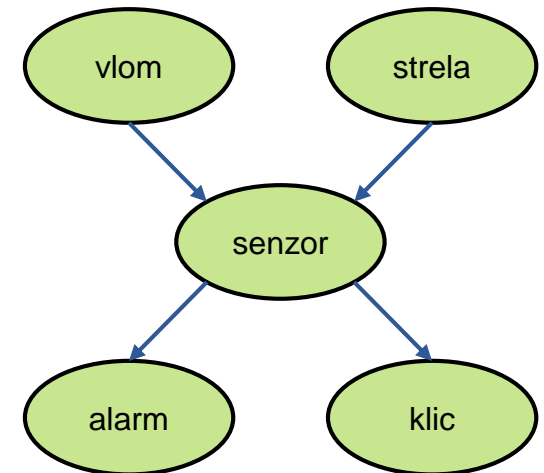
$$P(K|V \sim St Se A) = P(K|Se)$$

- torej:

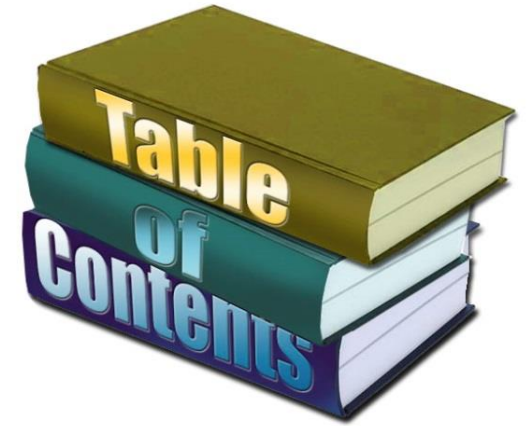
$$\begin{aligned} P(V \sim St Se A K) &= P(V) \cdot P(\sim St Se A K|V) = \\ &= P(V) \cdot P(\sim St) \cdot P(Se|V \sim St) \cdot P(A|Se) \cdot P(K|Se) \\ &= 0,001 \cdot 0,98 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,9 = 0,00075 \end{aligned}$$

- v splošnem velja:

$$P(X_1 X_2 \dots X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{starši}(X_i))$$



Pregled



IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

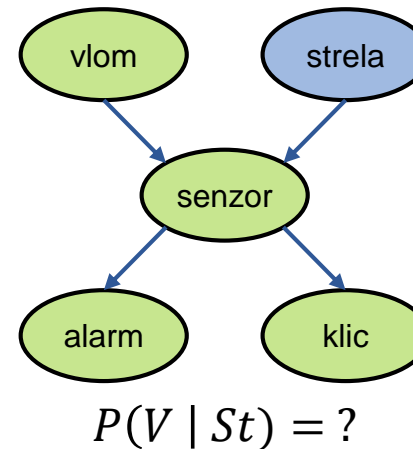
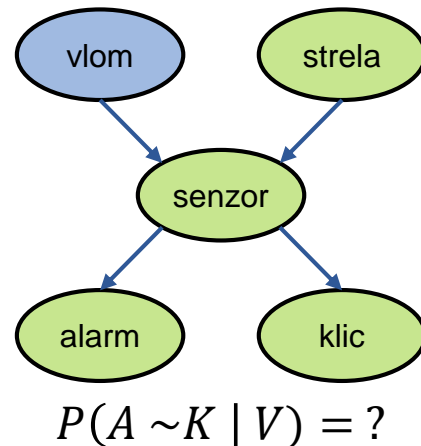
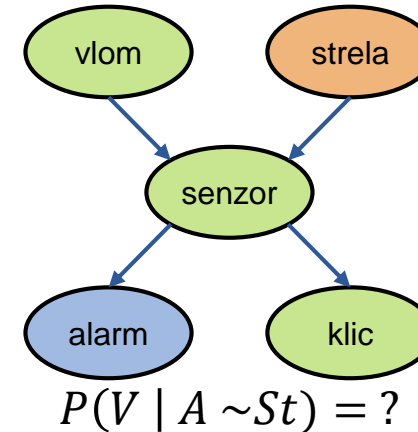
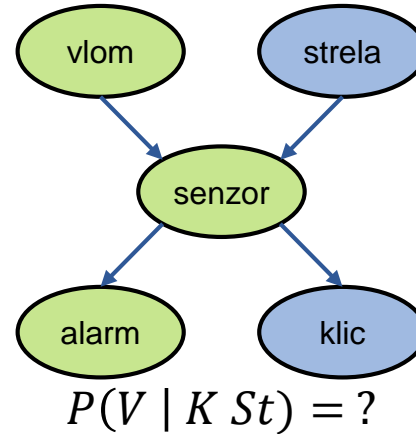
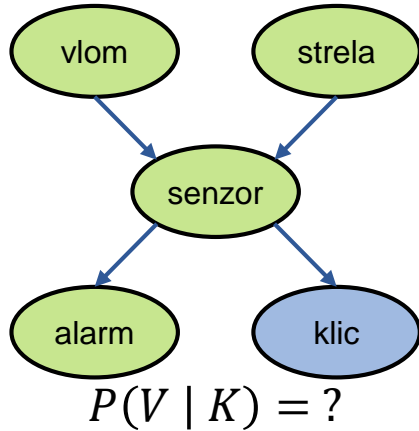
- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež

Verjetnostno sklepanje

- do sedaj: definiranje mreže s podajanjem pogojnih verjetnosti
- vendar: upoštevanje **evidence** (podanih informacij o dogodkih, ki so resnični), lahko vpliva na izračun verjetnosti ostalih dogodkov v mreži
- demo: <https://www.bayesserver.com/examples/networks/sprinkler>



Verjetnostno sklepanje

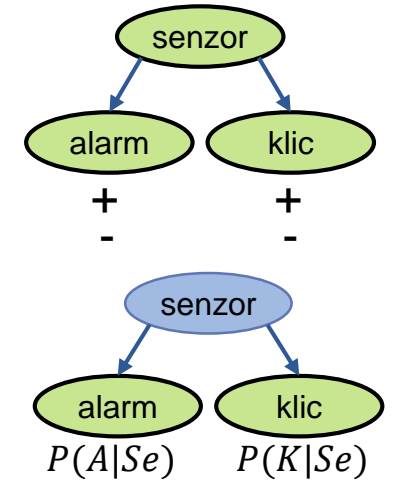


- dve smeri sklepanja:
 - **vzročno** (od vzrokom k posledicam): npr. $P(A | V St) = ?$
 - **diagnostično** (od posledic k vzrokom): npr. $P(V | A) = ?$

Odvisnosti v mreži

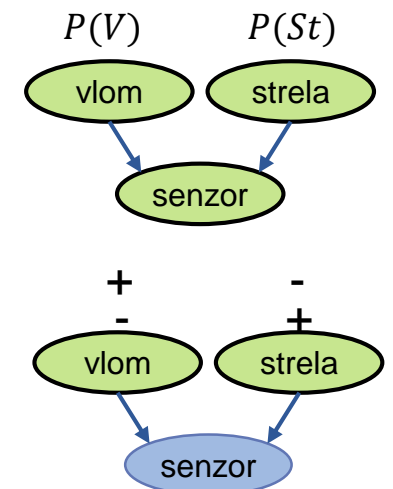
- **skupni prednik (divergentno vozlišče):**

- *alarm* in *klic* sta **odvisna**; če vemo, da je eden od njiju resničen, vpliva to tudi na naše verjetje o resničnosti drugega (če se je sprožil alarm, se je verjetno izvedel tudi klic);
 $P(A|K) \neq P(A)$, $P(K|A) \neq P(K)$
- vendar: poznavanje resničnosti prednika *senzor* omogoči, da *alarm* in *klic* obravnavamo kot **neodvisna** (vemo, da se je sprožil *senzor*, torej se je z določeno verjetnostjo sprožil *alarm* in z določeno (neodvisno) verjetnostjo izvedel tudi *klic*);
 $P(A|Se K) = P(A|Se)$, $P(K|Se A) = P(K|Se)$



- **skupni naslednik (konvergetno vozlišče):**

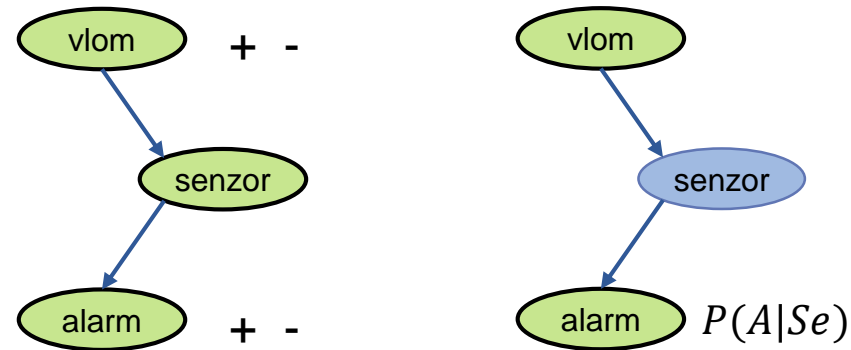
- *vlom* in *strela* sta medseboj **neodvisna** (vedenje, da se je zgodil vlom, ne vpliva na verjetje o dogodku strele)
 $P(V|St) = P(V)$, $P(St|V) = P(St)$
- vendar: poznavanje resničnosti tega, da se je sprožil *senzor* povzroči, da dogodka *vlom* in *strela* postaneta **odvisna**; ker sta oba vzroka za sproženje *senzorja*, velja, da resničnost enega zmanjšuje verjetnost drugega in obratno



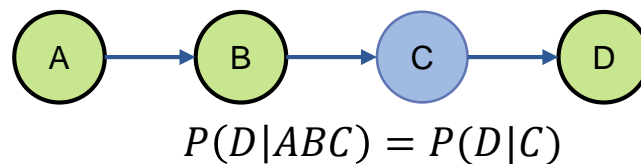
Odvisnosti v mreži


- **veriga**

- *vlom* in *alarm* sta **odvisna**; poznavanje resničnosti enega od njiju vpliva na naše verjetje o resničnosti drugega
- vendar: če vemo, da je resničen tudi *senzor*, postaneta *vlom* in *alarm* **neodvisna**: poznavanje resničnosti spremenljivke *alarm* ni pogojena s poznavanjem *vlova* in obratno
- pravimo, da vozlišče *senzor* *blokira* vpliv vozlišča *vlom* na vozlišče *alarm*



- pravilo lahko posplošimo na daljše verige:





THE TRUE SIGN OF
INTELLIGENCE IS NOT
KNOWLEDGE BUT
IMAGINATION.

ALBERT EINSTEIN
German Theoretical-Physicist
1879-1955

QUOTEHD.COM

Bayesovske mreže (nad.)